

方形标准地面积误差测算方法研究

石娟, 周传统*, 代华风, 孙秀君, 李爱华

(山东省肥城市林业保护发展中心, 山东 肥城 271600)

摘要: 将实地调查所设置的方形标准地由其对角线分割为2个三角形, 量取其4个边和分割线的长度, 由数学上的余弦定理和正弦定理推算出2个三角形的面积, 然后求和与其理论面积对比, 从而计算出方形标准地面积误差。

关键词: 方形标准地; 面积误差; 测算方法; 余弦定理; 正弦定理

小班的林木蓄积量、生长量等基本属性(调查因子)一般是通过实地设置标准地调查测算获取, 为了方便操作一般是在小班内, 选择有代表性的地段设置方形标准地。方形标准地的设置目前是用罗盘量角、皮尺量距, 但由于仪器设备的系统误差和工作中的偶然误差等因素, 设置的方形标准地实际面积与其理论面积会不一致存有一定的偏差。为了测算这一偏差即面积误差, 本文以量取其方形标准地的4个边和分割线的长度, 然后求算面积误差。详细论述如下, 供参考。

1 理论推算方法推论

1.1 实地设置方形标准地的图形类型

山东省“一类调查”即森林资源连续清查是国家森林资源调查。在国家林业和草原局组织下实施, 复查间距期为5年; “二类调查”森林资源清查: 亦称森林经理调查, 是以县为单位的森林资源普查, 在林业生产单位内进行。复查间距为10年。“三类调查”即作业设计调查。是林业基层生产单位为满足伐区设计、造林设计和抚育采伐设计而进行的调查。目前技术要求都是用罗盘量角、皮尺量距, 在小班调查中设置的方形标准地ABCD, 标准地周界按座标方位角的 0° 、 90° 、 180° 、 270° , 按顺时针方向测设标准地的4条边。见下图: A点与A'点从理论上应该是重合, 但实际操作中由于系统、偶然等因素产生误差很难实现完全重合, 会出现以下几种不同的图形。常见的有图1、图2、图3、图4、图5等。

1.2 面积误差测算的理论推导

如下图1~5, 当AA'的误差长度与四个理论边长之和的比小于 $\frac{1}{200}$ 时, 实际工作中就将DA边作为方形标准地的一个边组成实际调查的方形标准地ABCD。为了

从理论上推论出所设置的实际方形标准地面积误差, 实测其DA的边长长度, 同时也实地量取对角线AC长度, 见下图6。

由图6, 根据数学上的余弦定理: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \angle C$ 可得。

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \times AB \times BC \times \cos \angle ABC$$

$$\angle ABC = \arccos \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \times AB \times BC}$$

同理可得:

$$\angle ADC = \arccos \frac{DA^2 + CD^2 - AC^2}{2 \times DA \times CD}$$

根据数学上的三角形正弦定理: $S_{\text{三角形}} = \frac{1}{2} ab \sin \angle C$ 可得。

三角形ABC的面积:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin \angle ABC = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times$$

$$\sin \arccos \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \times AB \times BC}$$

同理可得:

三角形ACD的面积

$$S_{ACD} = \frac{1}{2} \times DA \times CD \times \sin \arccos \frac{DA^2 + CD^2 - AC^2}{2 \times DA \times CD}$$

由上论述可以推出方形标准地的面积误差 = $S_{ABC} + S_{ACD} - S_{\text{理论面积}}$

当误差为负值时, 应取其绝对值。

$$\text{误差率} = \frac{S_{ABC} + S_{ACD} - S_{\text{理论面积}}}{S_{\text{理论面积}}} \times 100\%$$

2 举例测算

2.1 假定实测的前三边长没有误差

2.1.1 正方形标准地

在实际工作中一般是设置 667m^2 , 如上图6: AB、BC、CD等3个边长均为 25.82m , 实测DA、AC的长度分别为: 26.12m 、 36.68m 。由1.2面积误差测算的理论推导, 求算出所设置的方形标准地面积误差。

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 25.82 \times 25.82$$

$$\times \sin \arccos \frac{25.82^2 + 25.82^2 - 36.68^2}{2 \times 25.82 \times 25.82}$$

$$= 333.3225\text{m}^2$$

$$S_{ACD} = \frac{1}{2} \times 25.82 \times 26.12$$

通讯作者: 周传统

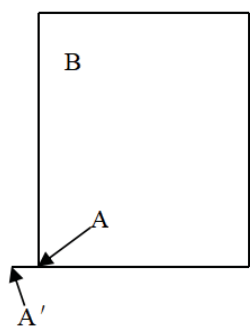


图1

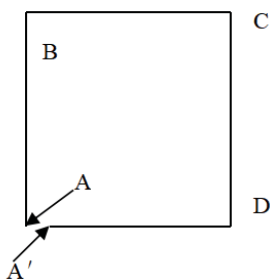


图2

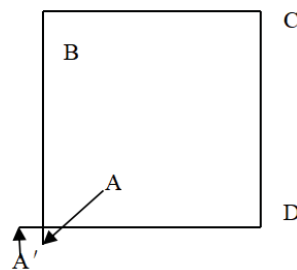


图3

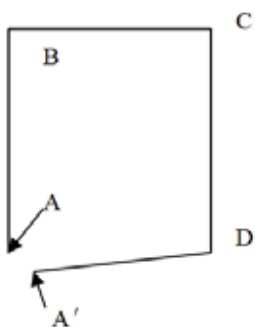


图4

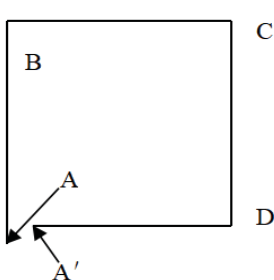


图5

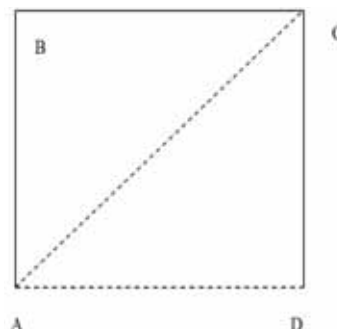


图6

$$\begin{aligned} & \times \sin \arccos \frac{26.12^2 + 25.82^2 - 36.68^2}{2 \times 26.12 \times 25.82} \\ & = 337.2081 \text{m}^2 \\ S_{\text{理论面积}} & = 25.82 \times 25.82 = 666.6724 \text{m}^2 \\ \text{面积误差} & = 333.3225 + 337.2081 - 666.6724 = 3.8582 \text{m}^2 \\ \text{误差率} & = \frac{3.8582}{666.6724} \times 100\% = 0.5787\% \end{aligned}$$

2.1.2 长方形标准地

设置理论面积为 $24 \times 32 = 768 \text{m}^2$ 长方形标准地，如上图6：AB、BC、CD等3个边长分别为24m、32m、24m，实测DA、AC的长度分别为：32.52m、41m。由1.2面积误差测算的理论推导，求出所设置的方形标准地面积误差。

$$\begin{aligned} S_{\text{ABC}} & = \frac{1}{2} \times 24 \times 32 \times \sin \arccos \frac{24^2 + 32^2 - 41^2}{2 \times 24 \times 32} \\ & = 383.4657 \text{m}^2 \\ S_{\text{ACD}} & = \frac{1}{2} \times 24 \times 32.52 \times \sin \arccos \frac{24^2 + 32.52^2 - 41^2}{2 \times 24 \times 32.52} \\ & = 390.0597 \text{m}^2 \\ S_{\text{理论面积}} & = 24 \times 32 = 768 \text{m}^2 \\ \text{面积误差} & = 383.4657 + 390.0597 - 768 = 5.5254 \text{m}^2 \\ \text{误差率} & = \frac{5.5254}{768} \times 100\% = 0.7195\% \end{aligned}$$

2.2 实测的边长均有误差

在实际工作中由种种原因量取的方形标准地边长

会有偏差，检查（指导或中心）组对某调查工作组进行外业质量复查有时会发现所设置的方形标准地每个边长都与理论值有偏差。解决这一问题方法可多次实测所设置的方形标准地的每一个边长AB、BC、CD、DA和对角线AC，求其平均值作为其长度；也可以由另一个工作组的调查人员进行校对量取，作为其各个边的长度。由1.2面积误差测算理论推论，求出所设置的方形标准地面积误差。

2.2.1 正方形标准地

667m^2 （1亩）正方形标准地的理论设置为 $25.82 \times 25.82 = 666.6724 \text{m}^2$ ，但实测边长AB、BC、CD、DA和对角线AC的长度分别为25.78m、25.81m、25.75m、26.21m和36.71m。由1.2面积误差测算的理论推论，求出所设置的方形标准地面积误差。

$$\begin{aligned} S_{\text{ABC}} & = \frac{1}{2} \times 25.78 \times 25.81 \\ & \times \sin \arccos \frac{25.78^2 + 25.81^2 - 36.71^2}{2 \times 25.78 \times 25.81} \\ & = 332.6642 \text{m}^2 \\ S_{\text{ACD}} & = \frac{1}{2} \times 25.75 \times 26.21 \\ & \times \sin \arccos \frac{25.75^2 + 26.21^2 - 36.71^2}{2 \times 25.75 \times 26.21} \\ & = 337.4532 \text{m}^2 \\ S_{\text{理论面积}} & = 25.82 \times 25.82 = 666.6724 \text{m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{面积误差} &= 332.6642 + 337.4532 - 666.6724 = 3.4450\text{m}^2 \\ \text{误差率} &= \frac{3.4450}{666.6724} \times 100\% = 0.5167\% \end{aligned}$$

2.2.2 长方形标准地

设置理论面积为 $24 \times 32 = 768\text{m}^2$ 长方形标准地，但实测边长AB、BC、CD、DA和对角线AC的长度分别为24.28m、32.61m、24.62m、32.72m和40.52m。由1.2面积误差测算的理论推导，求出所设置的方形标准地面积误差。

$$\begin{aligned} S_{ABC} &= \frac{1}{2} \times 24.28 \times 32.61 \times \\ &\quad \sin \arccos \frac{24.28^2 + 32.61^2 - 40.52^2}{2 \times 24.28 \times 32.61} \\ &= 395.8757\text{m}^2 \\ S_{ACD} &= \frac{1}{2} \times 24.62 \times 32.72 \\ &\quad \times \sin \arccos \frac{24.62^2 + 32.72^2 - 40.52^2}{2 \times 24.62 \times 32.72} \\ &= 402.6888\text{m}^2 \\ S_{\text{理论面积}} &= 24 \times 32 = 768\text{m}^2 \\ \text{面积误差} &= 395.8757 + 402.6888 - 768 = 30.5645\text{m}^2 \\ \text{误差率} &= \frac{30.5645}{768} \times 100\% = 3.9798\% \end{aligned}$$

2.3 假定实测的前四边长没有误差

2.3.1 正方形标准地

如上图6：AB、BC、CD、DA等4个边长均为25.82m，实测AC的长度为：38.12m。由1.2面积误差测算的理论推导，求出所设置的方形标准地面积误差。

$$\begin{aligned} S_{ABC} = S_{ACD} &= \frac{1}{2} \times 25.82 \times 25.82 \\ &\quad \times \sin \arccos \frac{25.82^2 + 25.82^2 - 38.12^2}{2 \times 25.82 \times 25.82} \\ &= 331.9882\text{m}^2 \\ S_{\text{理论面积}} &= 25.82 \times 25.82 = 666.6724\text{m}^2 \\ \text{面积误差} &= 2 \times 331.9882 - 666.6724 = -2.696\text{m}^2 \\ \text{将误差负值，取其绝对值为：} &2.696\text{m}^2 \\ \text{误差率} &= \frac{2.696}{666.6724} \times 100\% = 0.4044\% \end{aligned}$$

2.3.2 长方形标准地

如上图6：AB、BC、CD、DA等4个边长分别为24m、32m、24m、32m，实测AC的长度为：41.32m。由1.2面积误差测算的理论推导，求出所设置的方形标准地面积误差。

$$\begin{aligned} S_{ABC} = S_{ACD} &= \frac{1}{2} \times 24 \times 32 \times \sin \arccos \frac{24^2 + 32^2 - 41.32^2}{2 \times 24 \times 32} \\ &= 383.4657\text{m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{\text{理论面积}} &= 24 \times 32 = 768\text{m}^2 \\ \text{面积误差} &= 2 \times 383.0612 - 768 = -1.8776\text{m}^2 \\ \text{将误差负值，取其绝对值为：} &1.8776\text{m}^2 \\ \text{误差率} &= \frac{1.8776}{768} \times 100\% = 0.2445\% \end{aligned}$$

3 所设置的标准地没有误差的验证方法

3.1 理论求算方法推论

如上图6：AB、BC、CD、DA等4个边长均相等正方形或AB=CD、BC=DA的长方形，实测AC的长度。当： $AC^2 = AB^2 + BC^2 = CD^2 + DA^2$ 时，即所设置的标准地没有误差。

3.2 正方形标准地

如上图6：AB、BC、CD、DA等4个边长均为25.82m，实测AC的长度为：36.51m。
 $AC^2 = 36.51^2 = 1332.9801 \approx 1333\text{m}^2$
 $AB^2 + BC^2 = CD^2 + DA^2 = 25.82^2 + 25.82^2 = 1333.3448 \approx 1333\text{m}^2$
 $AC^2 = AB^2 + BC^2 = CD^2 + DA^2$
 即所设置的标准地没有误差。

3.3 长方形标准地

如上图6：AB、BC、CD、DA等4个边长等4个边长分别为24m、32m、24m、32m，实测AC的长度为：40.02m。
 $AC^2 = 40.02^2 = 1601.6004 \approx 1600\text{m}^2$
 $AB^2 + BC^2 = CD^2 + DA^2 = 24^2 + 32^2 = 1600\text{m}^2$
 $AC^2 = AB^2 + BC^2 = CD^2 + DA^2$
 即所设置的标准地没有误差。

4 结论

(1) 实际工作中可用 S_{ABC} 与 S_{ACD} 之和作为方形标准地的面积，以此来推算所调查小班的各种属性，这样将会更贴近实际情况。

(2) 本文论述方形标准地面积误差和误差率，目的是为了更好地了解所设置的方形标准地面积是否能达到一定的精度要求，满足小班调查因子工作的需要。

(3) 由于目前所使用的罗盘仪测量角度一般是精度不高，因此，本文以量边长论述。随着科技的发展更实用、更方便、更科学的方法仍需广大林业工作者继续研究和探讨。

参考文献

[1] 关玉秀,林昌庚.测树学[M].中国林业出版社,1987.
 [2] 林业部调查规划院主编.森林调查手册[M].中国林业出版社,1984.
 [3] 王九龄.中国北方林业技术大全[M].中国林业出版社,1992.